FHD

5

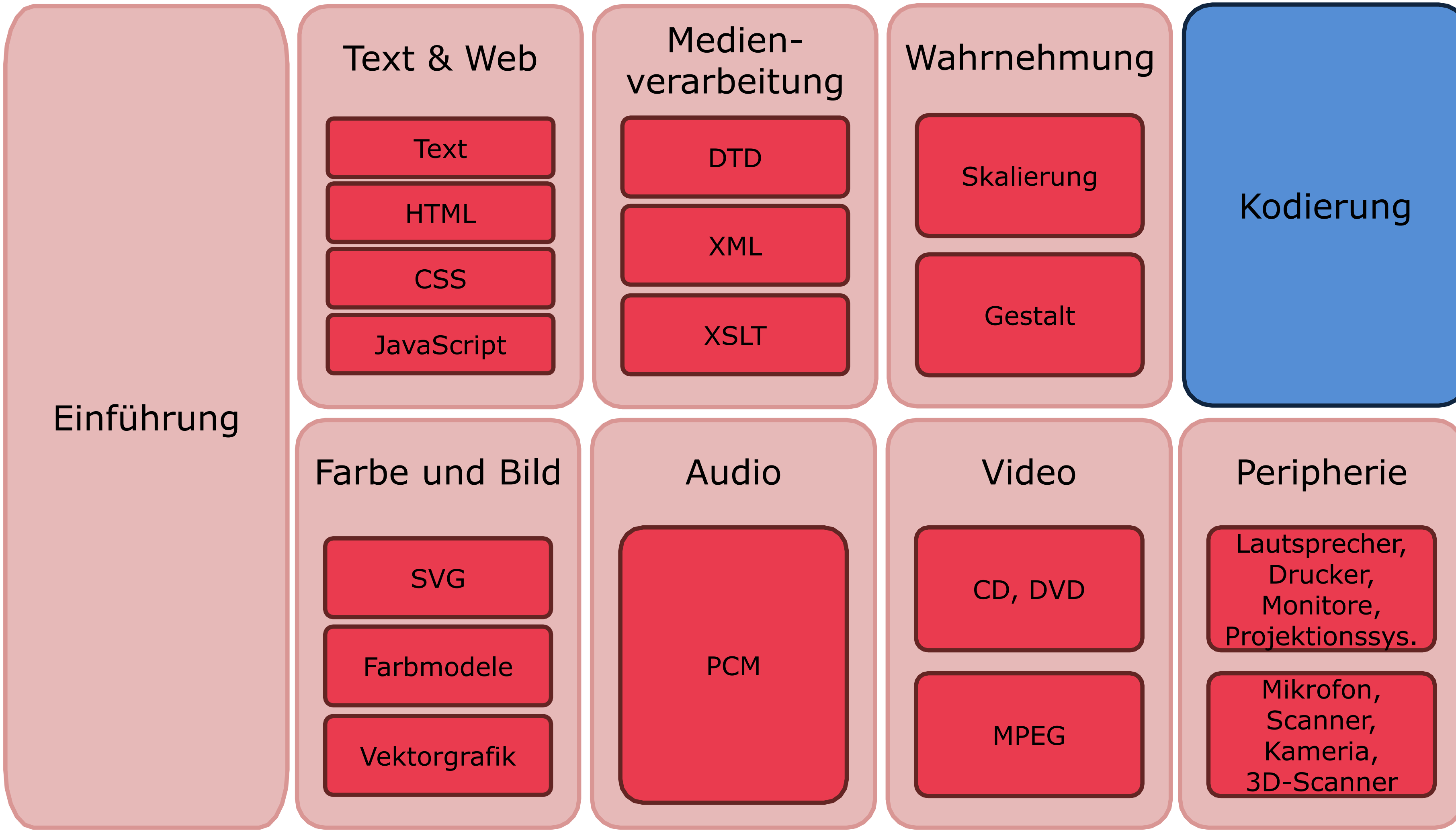
mit Material von G. Weber und A. Schill (TU Dresden):

Einführung in die Medieninformatik

Kodierung

Prof. Dr.-Ing. Tenshi Hara
fhd-emi@lern.es

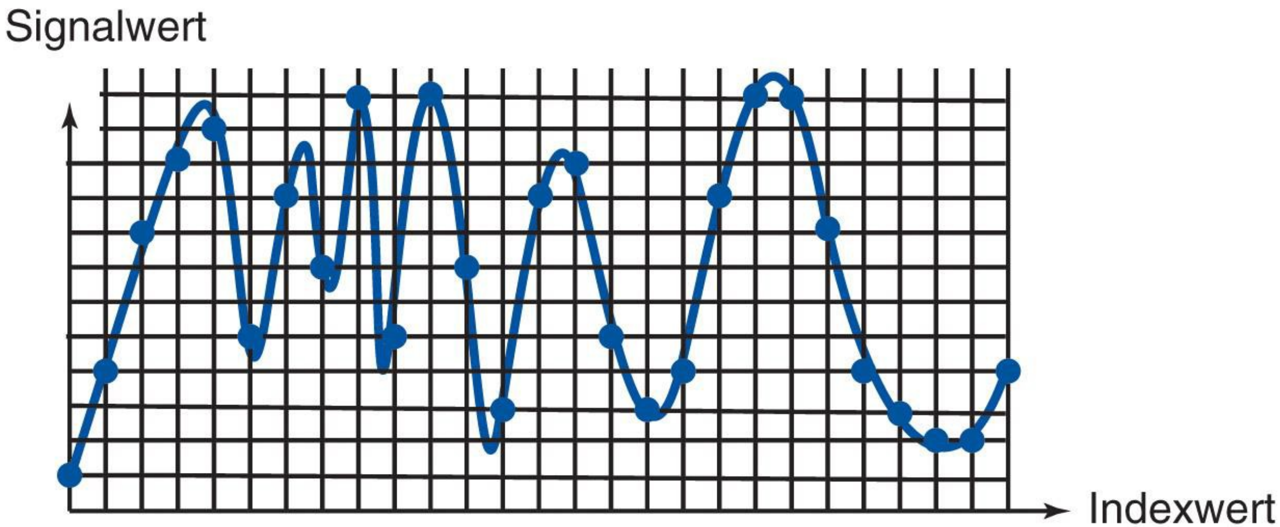
Vorlesungsübersicht



Kodierung und Information

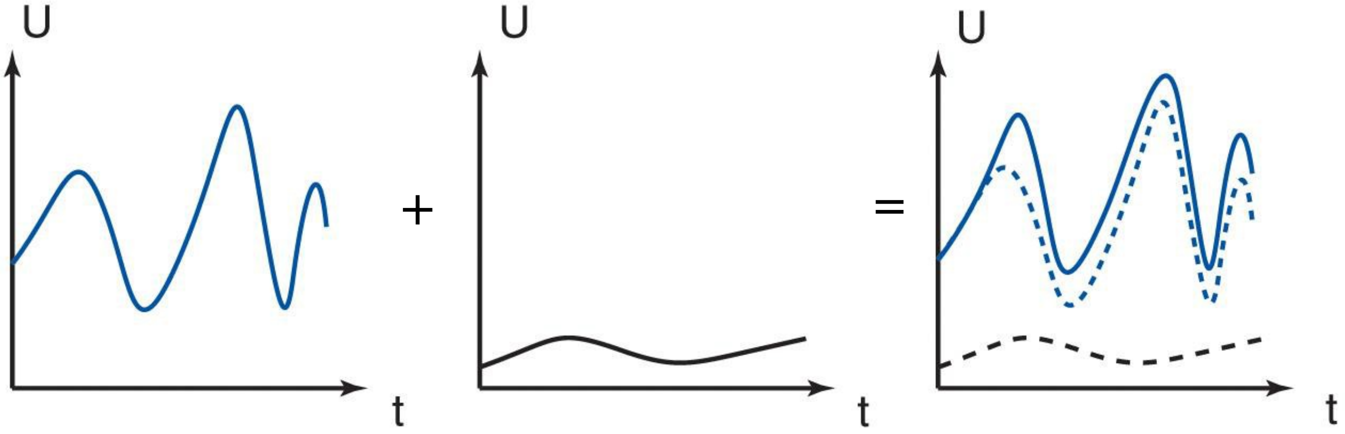
Grundprinzip der Digitalisierung

- Ein analoges Signal ist die deterministische Änderung einer physikalischen Größe entsprechend einem Messwert der zu übertragenden Information
- Ein digitales Signal orientiert sich an einem festen Raster des Raumes (wertdiskret) und der Zeit (zeitdiskret) und gibt Werte aus einem endlichen Vorrat möglicher Werte an (diskretes Signal)



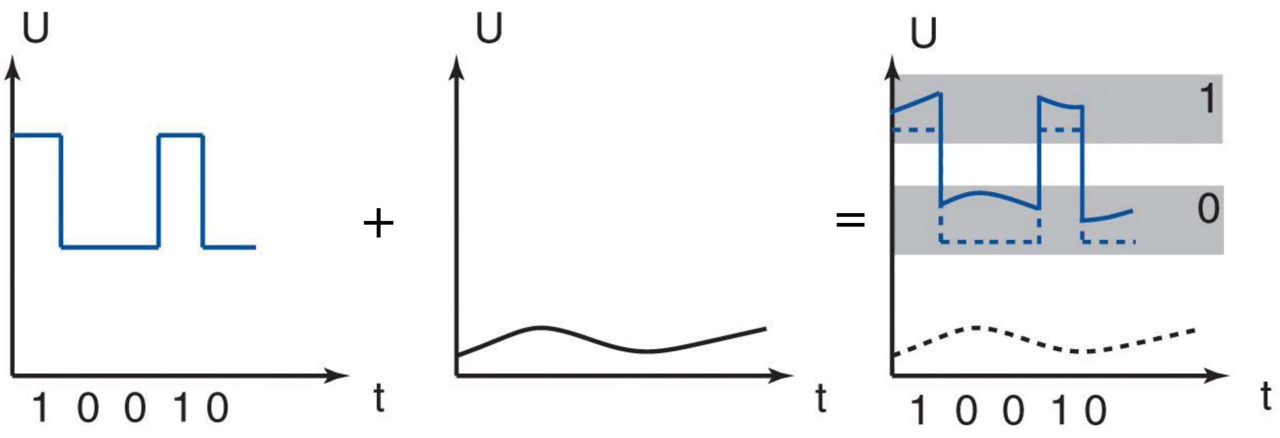
ANALOGE STÖRUNGEN

- Rauschen überlagert sich mit dem Signal
- es ist unmöglich, das Original wiederherzustellen
  → man kann nur Annahmen treffen

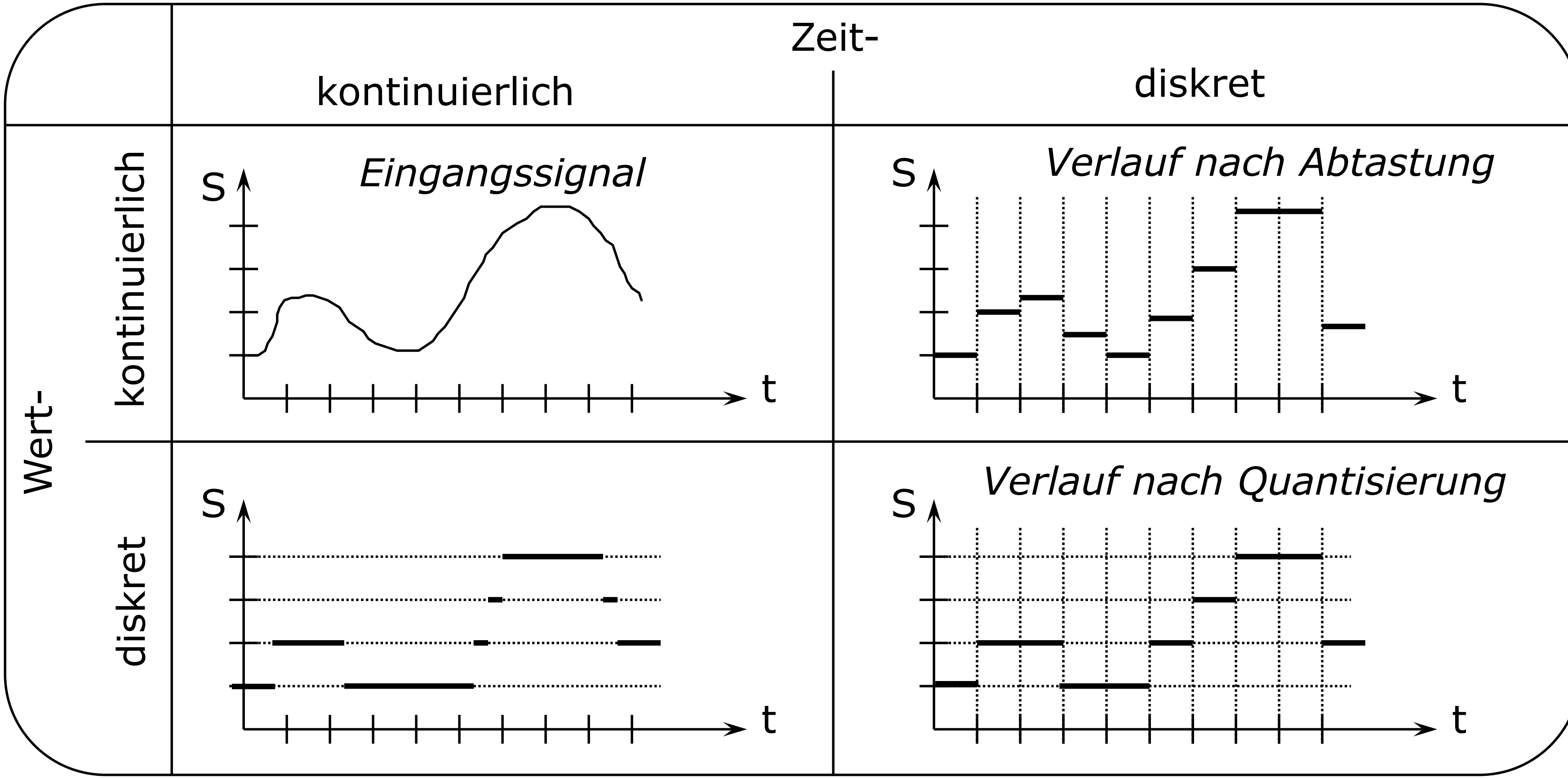


DIGITALE STÖRUNGEN

- diskrete Werte sind unempfindlich(er) gegen Störungen
  - solange das Signal nicht ausfällt
  - solange das Signal nicht völlig verfälscht wird
- Digitalisierung von Audio, Bildern, Video, … erzeugt umfangreiche digitale Signale



SIGNALKLASSEN



Diskretisierung und Quantisierung

- Diskretisierung legt statisches, äquidistantes Messpunktraster fest
  - linear (bspw. europäisches A-law PCM)
  - logarithmisch (bspw. US μ-law PCM / G.711)
- Frequenz der Messwerte wird als Abtastrate bezeichnet
  - bei Audio: Samples pro Sekunde
  - bei Bildern: Samples pro Längeneinheit (bspw. 1200 dpi)
- Quantisierung ist das „Ziehen“ von Messwerten auf definierte Werte der Diskretisierung → Quantisierungsstufenanzahl wird als Auflösung (binär in Bits pro Sample) definiert
- wert- und zeit-diskrete Signale sind digitale Signale

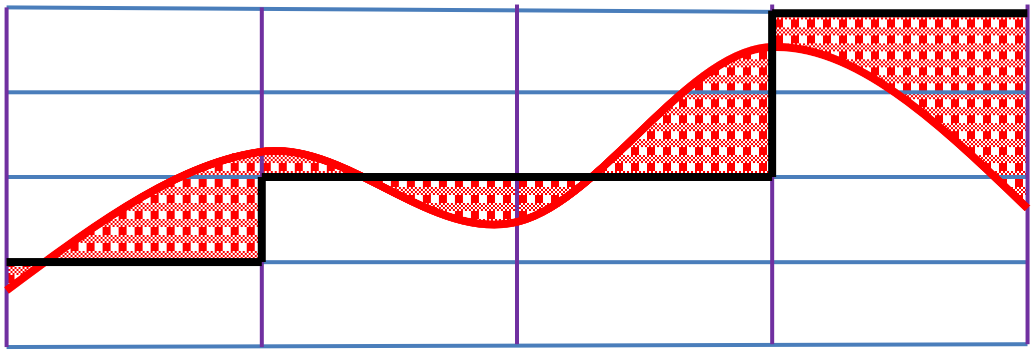
Beispiele für Signalklassen

- wert- und zeitkontinuierlich: analoges Telefon
- wertkontinuierlich, zeitdiskret: Prozesssteuerung mit periodischen Messpunkten
- wertdiskret, zeitkontinuierlich: digitale Temperaturanzeige mit beliebigen Signalwechseln
- wert- und zeitdiskret: digitale Übertragung mit isochronem Taktmuster (Taktrate konstant); z.B. digitale Sprachübertragung

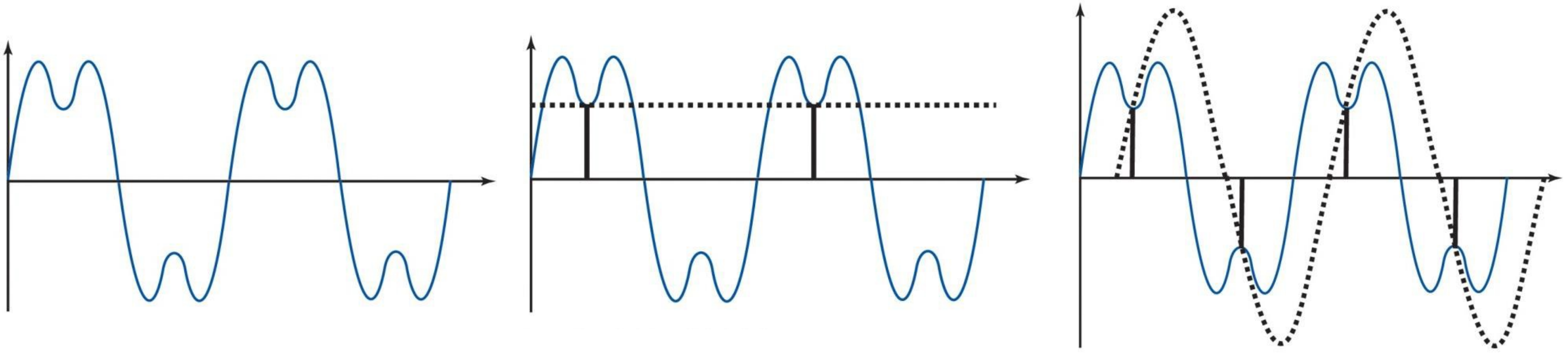
⇒ Vorteile der digitalen Übertragung: Speicherbarkeit, Störsicherheit, gute Regenerierbarkeit, Verschlüsselbarkeit, Zeitmultiplex nutzbar

FEHLER

- Diskretisierungsfehler entsprechen der Differenz zwischen Quantisierungswert und analogem Ursprungswert



- Sampling-Fehler entstehen durch falsche Annahmen bei der Rekonstruktion des ursprünglichen Signals bei der Wiedergabe



Information

Information ist eine Kategorie wie z.B. Energie

- Verfeinerung notwendig; Information ist ein Basisbegriff
- Informatik untersucht die Transformation von Information.

Entropie H ist ein Maß für den durchschnittlichen Informationsgehalt einer Nachrichtenquelle

- Definition nach Shannon:

$$H = -\sum_i (p_i \cdot \log_2(p_i)), [H] = 1Bit$$

  mit
  - p_i Auftrittswahrscheinlichkeit des Zeichens $c_i \in A$
  - A Alphabet (endliche Menge von Zeichen)
- oft als bit oder b (klein) in Gleichungen bzw. als Einheitenzeichen (zur Unterscheidung ggü. $Byte$ oder B (groß))
- technisch werden Bits z.B. mittels Spannungswerten, Lichtreflexionen, magnetischer Orientierung oder Eigenschaften von Proteinen realisiert

Information – Beispiel

Gesucht ist der durchschnittliche Informationsgehalt eines Schachbretts.

Das Schachbrett besteht aus je 32 weißen und schwarzen Feldern. Die Nachricht über den Aufbau eines Schachbretts besteht aus zwei „Elementen".

Jedes Feld hat dieselbe Wahrscheinlichkeit:

$$p_{weiß} = p_{schwarz} = 0{,}5$$

Daraus folgt:

$$H = \underbrace{-0{,}5 \cdot \underbrace{\log_2 0{,}5}_{-1}}_{+0{,}5} \underbrace{-0{,}5 \cdot \underbrace{\log_2 0{,}5}_{-1}}_{+0{,}5} = 1 bit$$

Bits und Bytes

Bitgruppen

Wortlänge in Bit	Name (in 16-Bit-Architektur)	Anzahl möglicher Kodierungen	Anwendung
1	Bit	$2^1 = 2$	Binärziffer
3	Triade	$2^3 = 8$	Oktalziffer
4	Halfbyte, Tetrade, Nibble	$2^4 = 16$	Hexadezimalziffer
8	Byte	$2^8 = 256$	
16	Word	$2^{16} = 65.536$	
32	Doubleword	$2^{32} = 4.294.967.296$	
64	Quadword	$2^{64} > 1{,}84 \cdot 10^{19}$	

ÜBLICHE BINÄREINHEITEN

Anzahl Bit	Einheit	Lesung	exakter Wert
SI-Einheiten			
10^3	Kb	Kilobit	1.000 bit
10^6	Mb	Megabit	1.000.000 bit
10^9	Gb	Gigabit	1.000.000.000 bit
10^{12}	Tb	Terabit	1.000.000.000.000 bit
10^{15}	Pb	Petabit	1.000.000.000.000.000 bit
10^{18}	Eb	Exabit	1.000.000.000.000.000.000 bit
IEC 80000-13:2008 / DIN EN 80000-13:2009-01			
2^{10}	Kib	Kibibit	1.024 bit
2^{20}	Mib	Mebibit	1.048.576 bit
2^{30}	Gib	Gibibit	1.073.741.824 bit
2^{40}	Tib	Tibibit	1.099.511.627.766 bit
2^{50}	Pib	Petibit	1.125.899.906.842.624 bit
2^{60}	Eib	Exibit	1.152.921.504.606.846.976 bit

ALPHABET, ZEICHEN UND NACHRICHT

Eine Zeichenmenge, die eine lineare Ordnung auf ihre Zeichen definiert, wird *Alphabet* genannt.

Ein Alphabet erfüllt die Fano-Bedingung, wenn kein Zeichen den Anfang eines anderen Zeichens darstellt (Präfixfreiheit).

Binärzeichen werden aus Bitgruppen gebildet: $A = \{x | x = f(2n)\}$. → Beispiel: 110

Ein *Binärcode* ordnet jedem Zeichen eines Binäralphabets einem Zeichen eines Alphabets zu, z.B.

$$\begin{Bmatrix} 0 \to 0 & 4 \to 100 \\ 1 \to 01 & 5 \to 101 \\ 2 \to 10 & 6 \to 110 \\ 3 \to 11 & 7 \to 111 \end{Bmatrix}$$

Schnellübung: Wie kann man hier die Fano-Bedingung einhalten?

Wortlänge und Entropie

Die *mittlere Wortlänge* eines Binärzeichens i mit einer Länge N_i wird berechnet als:

$$L = \sum_i (p_i \cdot N_i)$$

Shannon-Theorem:

1. Es gilt immer $H \leq L$.
2. Die Differenz kann sehr klein sein.
3. Die Differenz $R = L - H$ wird Redundanz genannt.
4. Redundanz erlaubt Fehlerkorrektur. $\rightarrow$ Kodedesign

Beispiel

Entwickeln eines Binärkodes für folgende Nachricht:

$$A\,B\,A\,C\,E\,A\,D\,A\,A\,C\,A\,E\,A\,A\,B\,D$$

a) Welches Alphabet wird verwendet?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit entstehen einzelne Zeichen?

c) Welcher Kode erfüllt die Fano-Bedingung?

d) Welche Redundanz hat dieser Kode?

Beispiel – Lösung (Fano-Kodierung)

a) Alphabet: $A = \{A, B, C, D, E\}$

b) Wahrscheinlichkeiten: $p_A = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}, p_B = p_C = p_D = p_E = \frac{2}{16} = \frac{1}{8}$

c) Wahrscheinlichkeitsmengen „mittig teilen" und kodieren
0= (oben), 1= (unten)

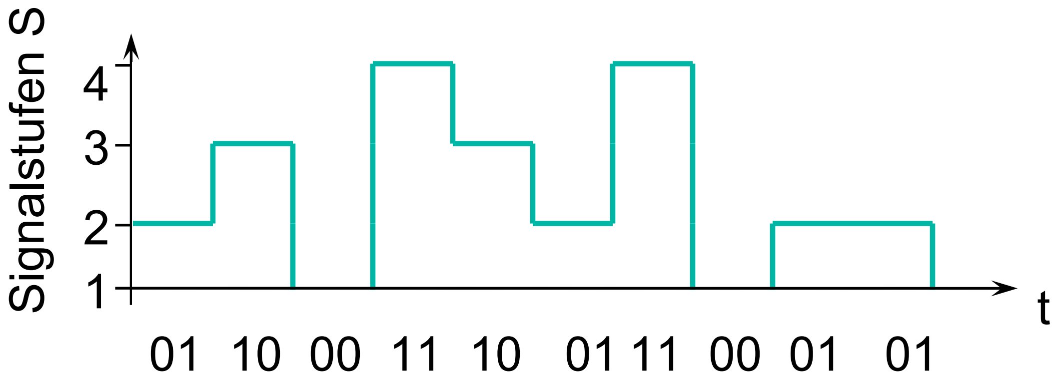
	p_i	s_i				Kode	$p_i \cdot N_i$
A	0,5	0,5			→	0	0,5
B	0,125	0,625	0,125	0,125	→	100	0,375
C	0,125	0,75	0,25	0,25	→	101	0,375
D	0,125	0,8725	0,375	0,125	→	110	0,375
E	0,125	1	0,5	0,25	→	111	0,375

d) Kenngrößen: $L = 2bit$, $H = 2bit$, $R = 0bit$

e) Anzahl Bit für Nachricht: $\underbrace{8 \cdot 1}_{A} + \underbrace{2 \cdot 3}_{B} + \underbrace{2 \cdot 3}_{C} + \underbrace{2 \cdot 3}_{D} + \underbrace{2 \cdot 3}_{E} = 32$

Informations-übertragung

- **Bandbreite B :** Breite des Frequenzbereichs eines Kanals, in dem ohne größere Dämpfung übertragen wird
- **Baudrate BR** = Signalschritte/s („Schrittgeschwindigkeit“)
  [BR]=Bd (Baud)
- **Bitrate b** = (übertragene Bits)/s („Bitrate“, „Datenrate“)
- Beispiel:
  Signalstufen S = 4
  Bitrate b = 2 · BR

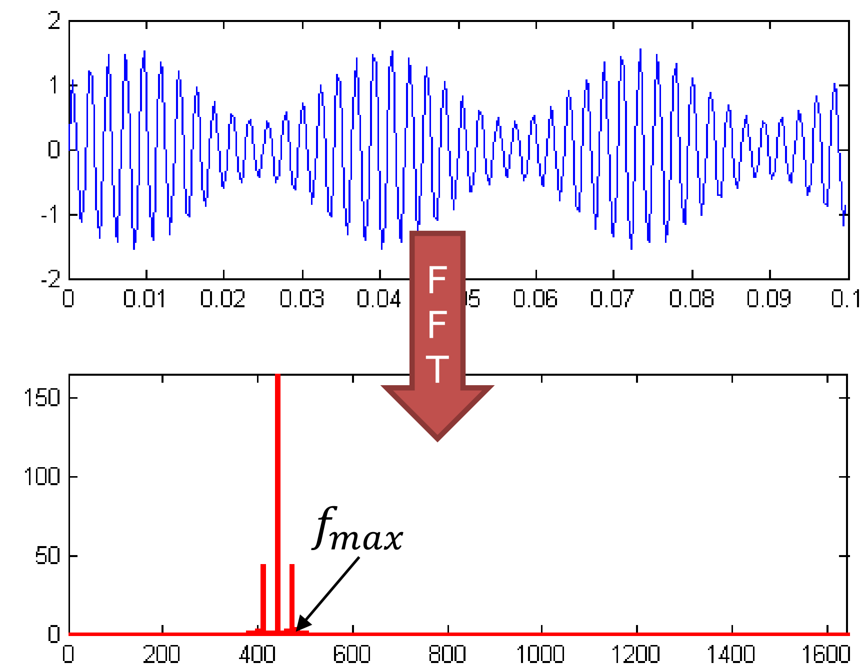


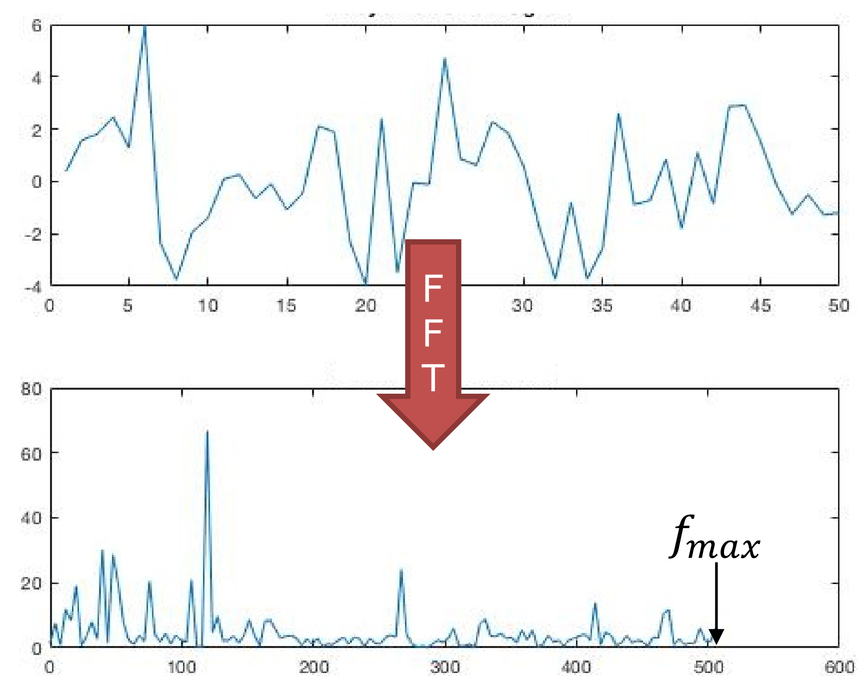
ABTASTTHEOREM

- exakte Rekonstruktion des Ursprungssignals nur möglich, wenn die Abtastfrequenz f_A mehr als dem Doppelten der höchsten im Signal vorkommenden Frequenz* f_{max} (obere Grenzfrequenz) entspricht:

$$f_A > f_G = f_{max}$$

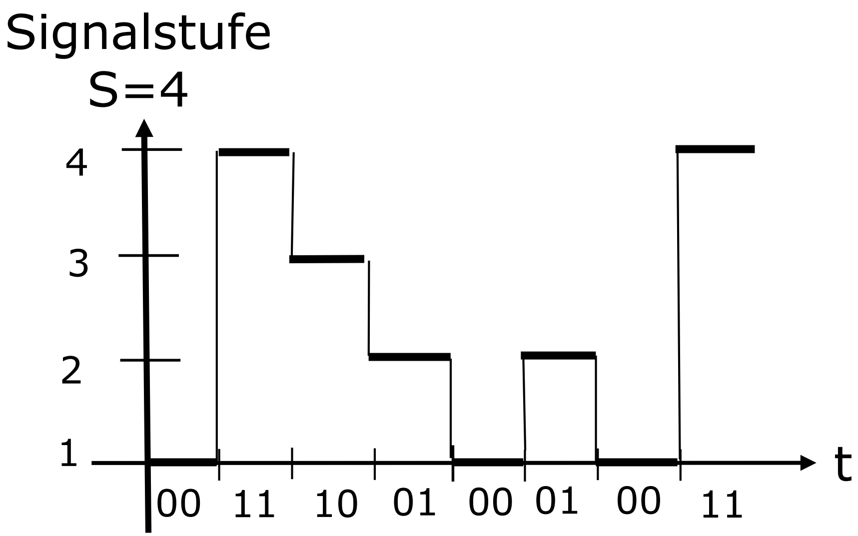
- ein unzureichende Abtastung kann zu Aliasing (vorherige Folie) führen





*: kann mit schneller Fourier-Transformation (FFT) ermittelt werden

DATENRATE VS. BANDBREITE

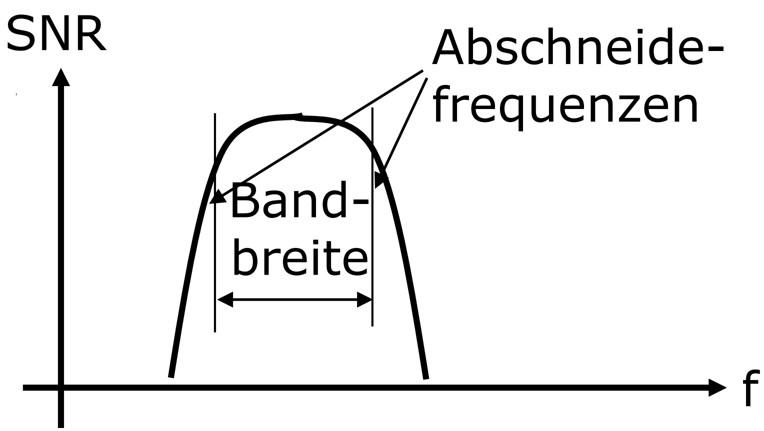


Bitrate (b), Datenrate (DR):

benötigte Datenmenge für zeitliches Informationssignal

$$b = \mathrm{DR} = ld(S) \cdot \text{Symbolrate}$$

$$[b] = [\mathrm{DR}] = \frac{\mathrm{Bit}}{\mathrm{s}}$$



Bandbreite (B):

Differenz von niedrigster bis höchster Frequenz des Signals (mit FFT eindeutig bestimmbar)

$$[B] = \frac{1}{s} = \mathrm{Hz}$$

i.d.R. Festlegung von Abschneidefrequenzen

Nyquist-Theorem

Bitrate, Datenrate

$$b = \text{Symbolrate} \cdot ld\left(\frac{\text{Signalstufen}}{\text{Signalschritt}}\right) = \frac{\text{Signalschritte}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{Bit}}{\text{Signalschritt}}$$

Nyquist 1 (Shannon-Fano-Theorem: Idealisiert ohne Rauschen)

- Symbolrate < doppelte Bandbreite
- Datenrate < Symbolrate · Bit/Signalschritt
  - Symbolrate: SR < 2 · B · Symbole [SR] = Bd = Symbole/s
  - maximale Datenrate: b < 2 · B · ld(S) [b] = Bit/s

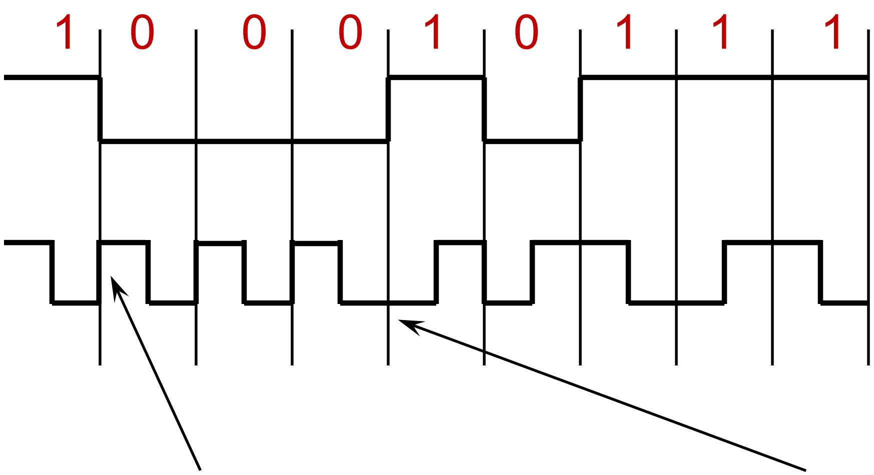
Nyquist 2 (Shannon-Hartley-Theorem: mit Rauschen)

- Datenrate < Bandbreite · ld (1+Rauschverhältnis)
- maximale Datenrate: b < B · ld (1 + SNR)

Bitrate nach Nyquist: $\boldsymbol{b < \min\left(2 \cdot B \cdot \mathrm{ld}(S); B \cdot \mathrm{ld}(1 + SNR)\right)}$

LEITUNGSKODE

- Wie soll Folge von 0en und 1en übertragen werden?
- NRZ – Non-Return-to-Zero – „1“=hoher Pegel, „0“=niedriger Pegel
  - Erfordert, dass Sender und Empfänger gleich getaktet sind
  - kein Overhead: Netto-Datenrate = Bitrate
- Manchester-Kodierung
  - Selbsttaktender Kode → Taktrückgewinnung beim Empfänger
  - hoher Overhead: Netto-Datenrate = ½ Bitrate



Pegeländerung = „0“ keine Pegeländerung = „1“

(doppelte Taktrate durch Pegelwechsel im Intervall)

„0“: Pegelwechsel am Intervallanfang
„1“: kein Pegelwechsel am Intervallanfang

LEITUNGSKODE: 4B/5B-KODE

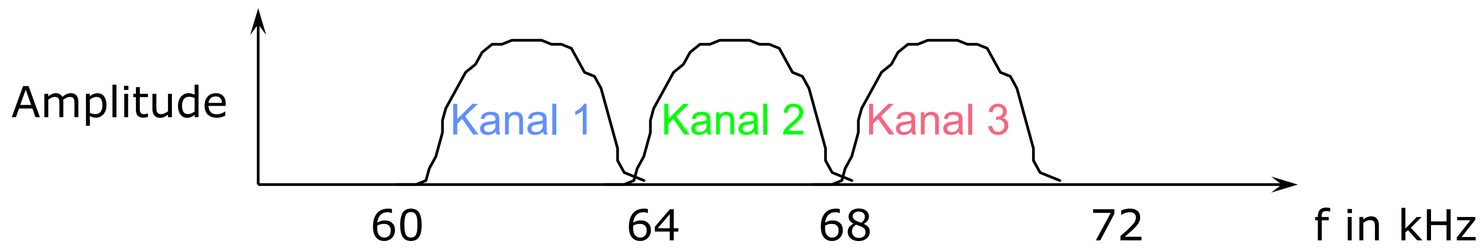
- Vermeidung längerer Phasen gleichen Signalpegels durch 4B/5B-Code
  - jeweils 4 Bits Daten werden auf 5-Bit-Muster abgebildet → 25% Overhead (statt 100% wie bei Manchester-Codierung)
  - es treten nacheinander niemals auf mehr als
    - 3 Nullen
    - 8 Einsen

4B	5B	4B	5B
0000	11110	1000	10010
0001	01001	1001	10011
0010	10100	1010	10110
0011	10101	1011	10111
0100	01010	1100	11010
0101	01011	1101	11011
0110	01110	1110	11100
0111	01111	1111	11101

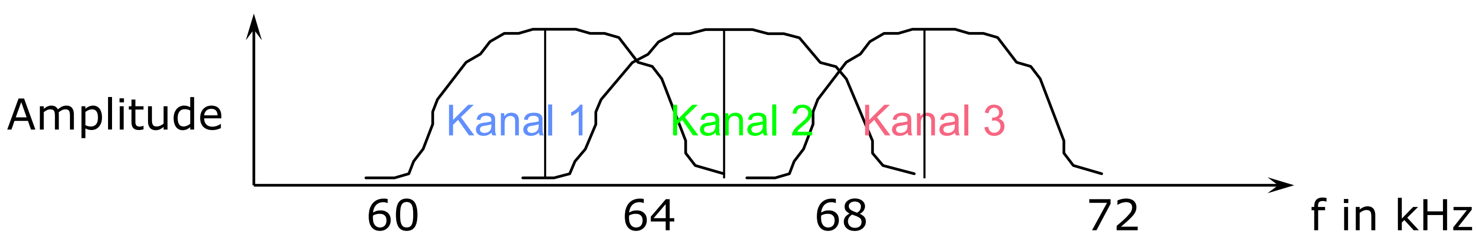
1110 0101 0110 1111 1111 0000 0000
1110001010011101110111101111011110

Mehrfachnutzung von Kanälen (1/3)

- *Frequenzmultiplex* (Frequency Division Multiplexing, FDM)
  - getrennte Frequenzbänder (mit z.B. 3000 Hz) und zwischengeschaltete Sperrbänder (mit z.B. 500 Hz)

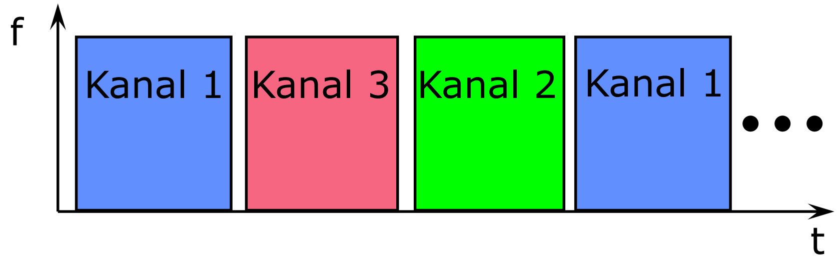


- *Orthogonales Frequenzmultiplex* (Orthogonal FDM, OFDM)
  - Überlagerung der Kanäle ohne Sperrbänder → effizienter
  - Empfänger: Trennung der Signale mehrerer Bänder durch schnelle Fourier-Transformation (FFT)

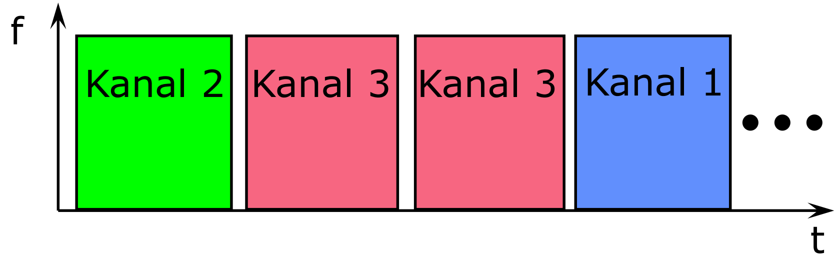


Mehrfachnutzung von Kanälen (2/3)

- *Zeitmultiplex* (Time Division Multiplex; TDM)
  Zyklische Kanalzuteilung



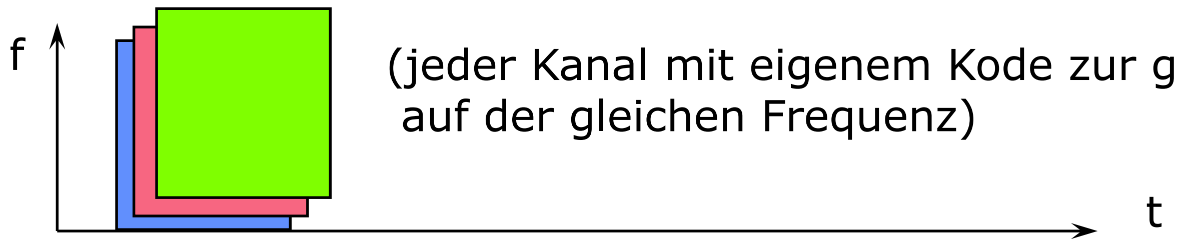
- *Statistisches Zeitmultiplex*
  flexible Zuteilung nach Bedarf



⇒ In der Praxis oft Kombination von Frequenz- und Zeitmultiplex

Mehrfachnutzung von Kanälen (3/3)

- *Kodemultiplex* (CDM): Dedizierte (Kodierungs-)Kode pro Teilnehmerpaar

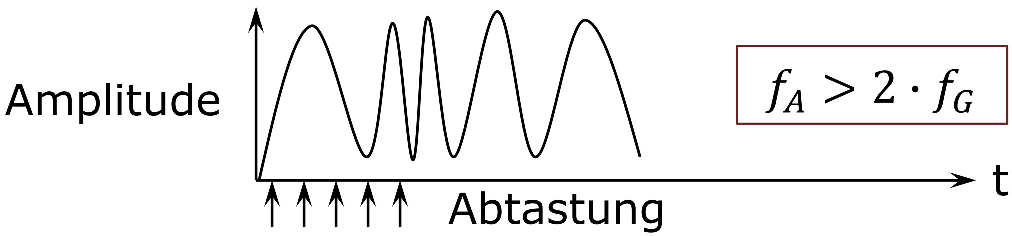


(jeder Kanal mit eigenem Kode zur gleichen Zeit auf der gleichen Frequenz)

- *Wellenlängenmultiplex* (WDM)
  - Variation von Frequenzmultiplex, indem direkte optische Einkopplung mehrerer Lichtwellenleiter (mit Licht unterschiedlicher Wellenlängen) in einen besonders leistungsfähigen Lichtwellenleiter erfolgt
  - entsprechende Wiederauskopplung im Zielsystem

Sprachübertragung über digitale Kanäle

- analoge Eingangssignale (Sprache) vor Übertragung im Kernnetz zu digitalisieren: Codec (Coder-Decoder)
- Basis: ***Shannon-Fano-Theorem***
  - Abtastfrequenz höher als doppelte Grenzfrequenz des Signals



$$f_A > 2 \cdot f_G$$

f_A : Abtastfrequenz
f_G : Grenzfrequenz
[f]=1/s=Hz (Hertz)

- *Pulse Code Modulation* (PCM)
  - Beispiel: ISDN-Telefonie
    - Bandbreite der menschlichen Stimme: 3400 Hz → f_A = 8 kHz
    - Quantisierung mit 256 Intervallen → 8 Bit pro Signalwert
    - Ergebnis: benötigte Datenrate mindestens 64 kBit/s
  - logarithmische Quantisierung begrenzt Quantisierungsfehler
  - Kompression durch differentielle PCM bzw. Δ-Modulation

WEITERFÜHRENDE REFERENZEN

Tanenbaum, Wetherall: Computernetzwerke, Pearson Studium

www.elektronik-kompendium.de

de.wikipedia.org/wiki/Kabelmodem