

Die folgenden Texte sind wörtlich aus Wikipedia übernommen.

1 p-q-Formel

Bei Vorliegen der Normalform $x^2 + px + q = 0$ lauten die Lösungen nach der p-q-Formel:

$$x_{1,2} = -\frac{p}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{p}{2}\right)^2 - q}$$

In Österreich ist diese Formel als *kleine Lösungsformel* bekannt.

2 Differenzierbarkeit

Eine Funktion $f: U \rightarrow \mathbb{R}$, die ein offenes Intervall U in die reellen Zahlen abbildet, heißt differenzierbar an der Stelle $x_0 \in U$, falls der Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h} \quad (\text{mit } h = x - x_0)$$

existiert. Dieser Grenzwert heißt Differentialquotient oder Ableitung von f nach x an der Stelle x_0 und wird als

$$f'(x_0) \quad \text{oder} \quad \left. \frac{df(x)}{dx} \right|_{x=x_0} \quad \text{oder} \quad \frac{df}{dx}(x_0) \quad \text{oder} \quad \frac{d}{dx}f(x_0)$$

notiert. Gesprochen werden diese Notationen als „f Strich von x null“, „d f von x nach d x an der Stelle x gleich x null“, „d f nach d x von x null“ respektive „d nach d x von f von x null“.

Im Laufe der Zeit wurde folgende gleichwertige Definition gefunden, die sich im allgemeineren Kontext komplexer oder mehrdimensionaler Funktionen als leistungsfähiger erwiesen hat:

Eine Funktion heißt in einem Punkt x_0 differenzierbar, falls eine Konstante L existiert, sodass

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0) - Lh}{h} = 0.$$

Der Zuwachs der Funktion f , wenn man sich von x_0 nur wenig entfernt, etwa um den Wert h , lässt sich also durch Lh sehr gut approximieren, man nennt die lineare Funktion g mit $g(x_0 + h) = f(x_0) + Lh$ deswegen auch die Linearisierung von f an der Stelle x_0 .

Eine weitere Definition ist: Es gibt eine an der Stelle x_0 stetige Funktion r mit $r(x_0) = 0$ und eine Konstante L , sodass für alle x gilt

$$f(x) = f(x_0) + L(x - x_0) + r(x)(x - x_0).$$

Die Bedingungen $r(x_0) = 0$ und dass r an der Stelle x_0 stetig ist, bedeuten gerade, dass das „Restglied“ $r(x)$ für x gegen x_0 gegen 0 konvergiert.